



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
FAZA LOCALĂ – 26.02.2016  
Clasa a V-a  
-bare-

1. a) Comparați numerele:

$$a = 4^{1+3+5+\dots+29+31} \quad \text{și} \quad b = (3+6+9+\dots+33+36)^{64}$$

Soluție:

$$1+3+5+\dots+29+31=256 \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$3+6+9+\dots+33+36=234 \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 234^{64}, a = 4^{256} = (2^2)^{4 \cdot 64} = (2^8)^{64} = 256^{64} \quad \text{atunci } a > b \quad \dots\dots\dots 2p$$

b) Să se afle trei numere naturale nenule  $a, b$  și  $c$  astfel încât:

$$5^{344} = a^3 + b^3 + c^2$$

$$5^{344} = 5^2 \cdot 5^{342} = (1+8+16) \cdot 5^{342} = (1^3+2^3+4^2) \cdot 5^{342} \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$= (1 \cdot 5^{114})^3 + (2 \cdot 5^{114})^3 + (4 \cdot 5^{171})^2 \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$a = 1 \cdot 5^{114}, b = 2 \cdot 5^{114}, c = 4 \cdot 5^{171} \quad \dots\dots\dots 1p$$

2. Numărul 137 se împarte la un număr natural nenul, obținându-se un cât egal cu jumătate din împărțitor și restul un număr de o cifră. Să se determine împărțitorul, câtul și restul.

Soluție:

$$d = \hat{i} \cdot c + r \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$\hat{i} = 2c \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$137 = 2c^2 + r \quad \dots\dots\dots 1p$$

$r$  impar, număr de o cifră.  $\dots\dots\dots 1p$

$$\text{Singurul caz care verifică } r = 9, c = 8, \hat{i} = 16. \quad \dots\dots\dots 3p$$

3. Determinați numărul  $\overline{ab}$  știind că  $\overline{ba}^2 - 3 \cdot \overline{ab} = 2556$

Soluție:

$$\left. \begin{array}{l} 2556 : 3 \\ 3 \cdot \overline{ab} : 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{ba}^2 : 3 \Rightarrow \overline{ba} : 3 \text{ și } \overline{ab} : 3 \quad \dots\dots\dots 2p$$

$$\overline{ba}^2 = 2556 + 3 \cdot \overline{ab} \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Dar } 36 \leq 3 \cdot \overline{ab} \leq 297 \Rightarrow 2592 \leq 2556 + 3 \cdot \overline{ab} \leq 2853 \quad \dots\dots 2p$$

$$50^2 = 2500 < 2592 \leq \overline{ba}^2 \leq 2853 < 2916 = 54^2 \quad \dots\dots\dots 1p$$

$$\Rightarrow \overline{ba} = 51 \Rightarrow \overline{ab} = 15 \quad \dots\dots\dots 1p$$